UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE - MATEMATICA
ESERCIZI DI AM120

A.A. 2025/2026 - ESERCITAZIONE XIV

Esercizio. Mostrare che $f(x) = \ln x$ è uniformemente continua per $x \geq 1$.

Esercizio. Discutere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'uniforme continuità della funzione $f(x) = x^\alpha \sin \frac{1}{x}$ su $(0 + \infty)$.

Esercizio. Discutere l'uniforme continuità della funzione $f(x) = e^{-\frac{1}{x}} \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$ su $(0, 1)$ e su $(1, +\infty)$.

Esercizio. Se $f : [a, +\infty) \to \mathbb{R}$ è uniformemente continua e l'integrale

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx$$

converge, allora si ha $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

Esercizio. Dire se sono uniformemente continue le seguenti funzioni, negli intervalli segnati a lato:

(1) $\dfrac{xe^x}{|x|}$, $\quad (-1, 0)$

(2) $x \ln x$, $\quad (0, 3]$

(3) $\arctan(\dfrac{1}{x})$, $\quad (0, 1)$

(4) $x \arctan(\dfrac{1}{x})$, $\quad (0, 1)$

(5) $\dfrac{x^2 + 1}{x^2}$, $\quad [1, +\infty)$

(6) $\dfrac{1}{\ln(1 + x)}$, $\quad [1, +\infty)$

Esercizio. Si determini $\limsup a_n$ e $\liminf a_n$ per le seguenti successioni:

- $a_n := \left\{\dfrac{n^2}{5}\right\}$
- $a_n := \{\sqrt{n}\}$
- $a_n := \{\sqrt[3]{n}\}$
- $a_n := |\cos\left(n^2 \dfrac{\pi}{4}\right)|$
- $a_n := n \sin\left(\dfrac{n\pi}{2024}\right)$
- $a_n := [1 + \sin n]$
- $a_n := n^{(-1)^n}$
- $a_n := \dfrac{(-1)^n}{n} + \dfrac{1 + (-1)^n}{2}$
- $a_n := \dfrac{n!}{2^n} \sin\left(\dfrac{n\pi}{2}\right)$
- $a_n := \dfrac{n + 1}{n} \sin\left(\dfrac{n\pi}{10}\right)$